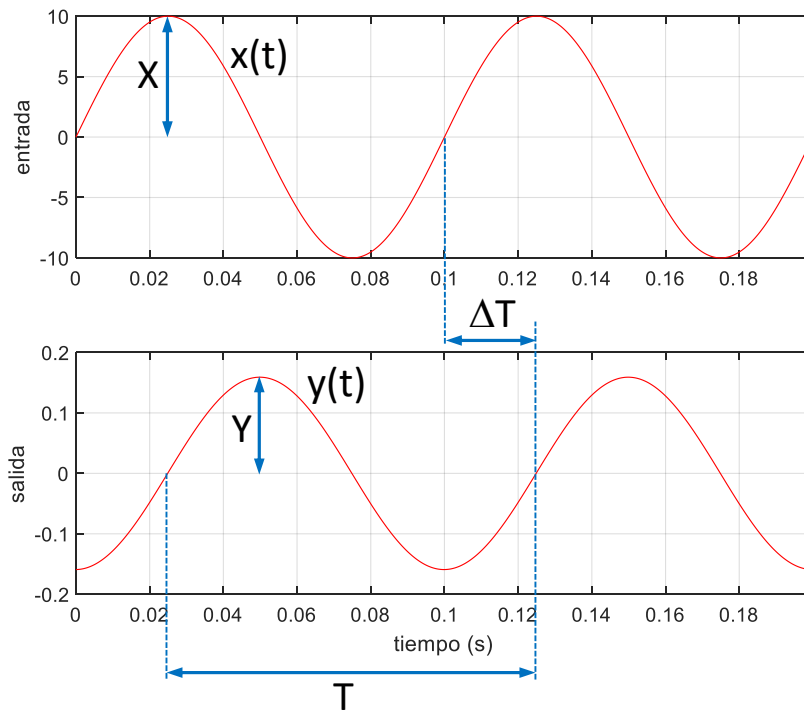




# Respuesta en frecuencia

La respuesta en frecuencia es un método para el análisis dinámico de sistemas, basado en la aplicación de entradas de tipo senoidal

En un sistema lineal, la salida ante una entrada senoidal es una senoide de igual frecuencia que la entrada, pero con distinta amplitud y fase



$$x(t) = X \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

$$y(t) = Y \cdot \sin(\omega \cdot t - \varphi)$$

$$\omega = 2 \cdot \pi / T$$

$$\text{Magnitud } K = Y/X$$

$$\text{Fase } \varphi = \Delta T \cdot \omega = 2 \cdot \pi \cdot \Delta T / T$$

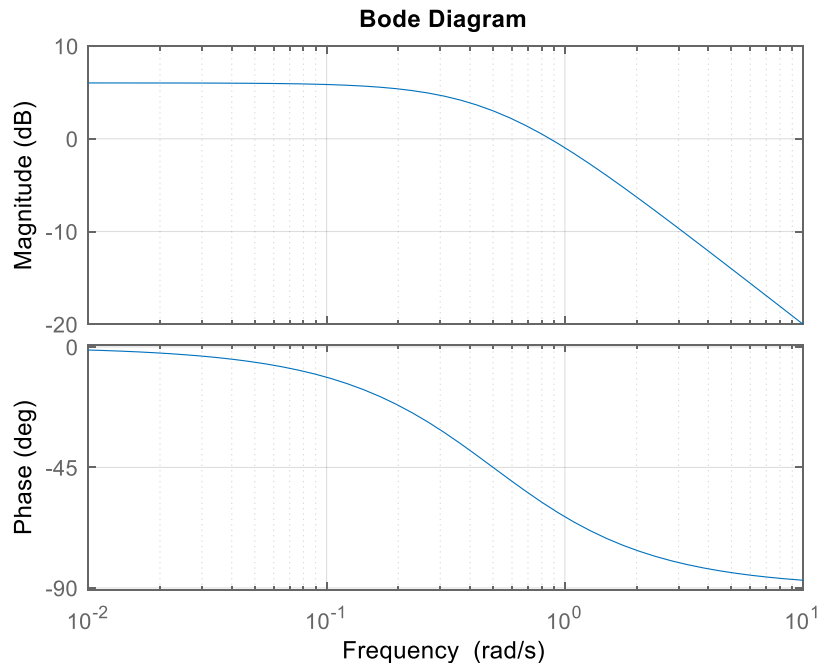
Tanto la magnitud como la fase dependen de  $\omega$

Si se conoce la función de transferencia  $G(s)$

- $K = |G(j \cdot \omega)|$
- $\varphi = \text{atan}(G(j \cdot \omega))$

La respuesta en frecuencia es un método para el análisis dinámico de sistemas, basado en la aplicación de entradas de tipo senoidal

En un sistema lineal, la salida ante una entrada senoidal es una senoide de igual frecuencia que la entrada, pero con distinta amplitud y fase



$$x(t) = X \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

$$y(t) = Y \cdot \sin(\omega \cdot t - \varphi)$$

$$\omega = 2 \cdot \pi / T$$

$$\text{Magnitud } K = Y/X$$

$$\text{Fase } \varphi = \Delta T \cdot \omega = 2 \cdot \pi \cdot \Delta T / T$$

Tanto la magnitud como la fase dependen de  $\omega$

Si se conoce la función de transferencia  $G(s)$

- $K = |G(j \cdot \omega)|$
- $\varphi = \text{atan}(G(j \cdot \omega))$

El diagrama de bode representa la ganancia y la fase en función de  $\omega$

El eje de frecuencias utilizan una escala logarítmica

La magnitud se representa en dB,  $20 \cdot \log(Y/X)$

El diagrama de Bode se utiliza muy a menudo para obtener la respuesta dinámica de sistemas de los que no se conoce con exactitud la función de transferencia

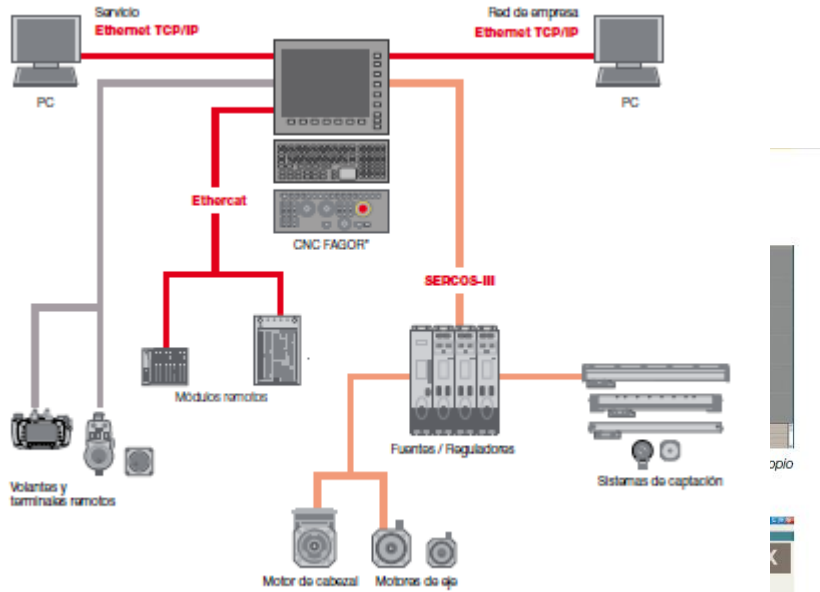
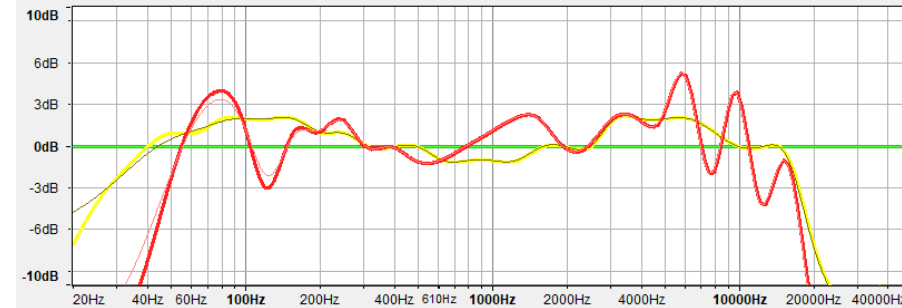


Diagrama de Bode de un altavoz (verde: ideal; amarillo y rojo: real)



automática de los distintos lazos de control de la máquina para conseguir mecanizados con la calidad exigida por los clientes.

El Wizard y el Finetune combinados permiten:

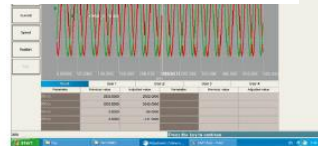
- Reducción drástica de tiempos de puesta a punto y de producción de la máquina.
- Ajuste de calidad más preciso.
- Menor presencia de personal especializado por ser un software de autoajuste intuitivo.
- Evita la posibilidad de cometer errores con ajustes manuales.
- Preserva la vida de los componentes mecánicos de la máquina al realizar un ajuste óptimo.
- Simplifica el mantenimiento y reajuste de la máquina por su uso continuado.

#### Diagrama de Bode

Permite ajustar y mostrar la respuesta frecuencial de la máquina, y así filtrar vibraciones provenientes de las resonancias propias del diseño mecánico de la máquina.

#### Test de circularidad

Para mejorar el comportamiento de los ejes en las inversiones de movimiento.



Autoajuste (Finetune)

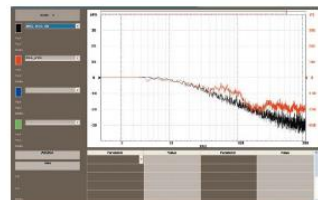


Diagrama de Bode del lazo de control de velocidad de un accionamiento para máquina herramienta

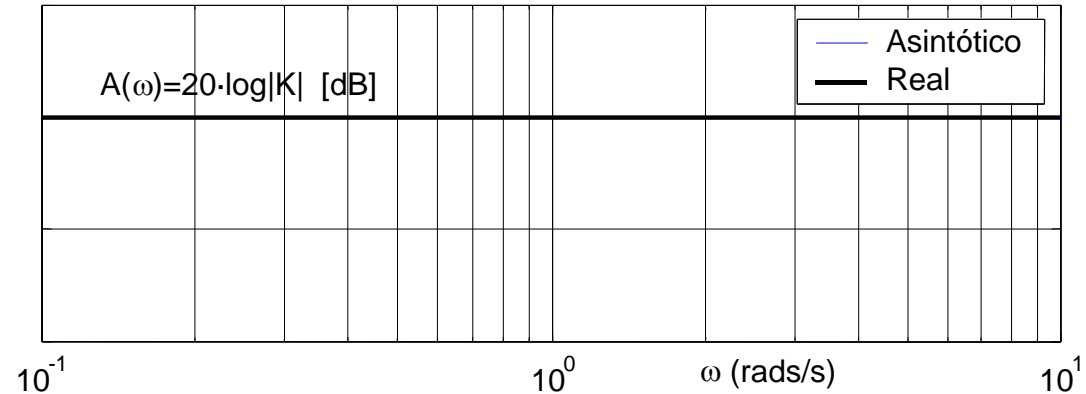
## Respuesta de un término constante

$$G(s) = K \quad G(j\omega) = K$$

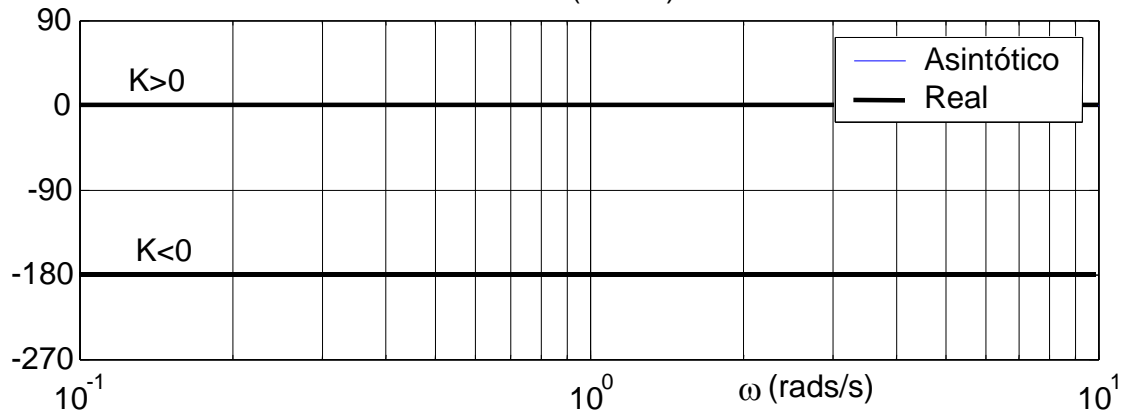
$$A(\omega) = 20 \cdot \log|G(j\omega)| = 20 \cdot \log|K|$$

$$\psi(\omega) = \angle G(j\omega) = \begin{cases} 0^\circ & \text{si } K > 0 \\ -180^\circ & \text{si } K < 0 \end{cases}$$

Bode (Amplitudes)



Bode (Fases)



## Respuesta de un polo en el origen

$$G(s) = \frac{1}{s} \quad G(j\omega) = \frac{1}{j\omega}$$

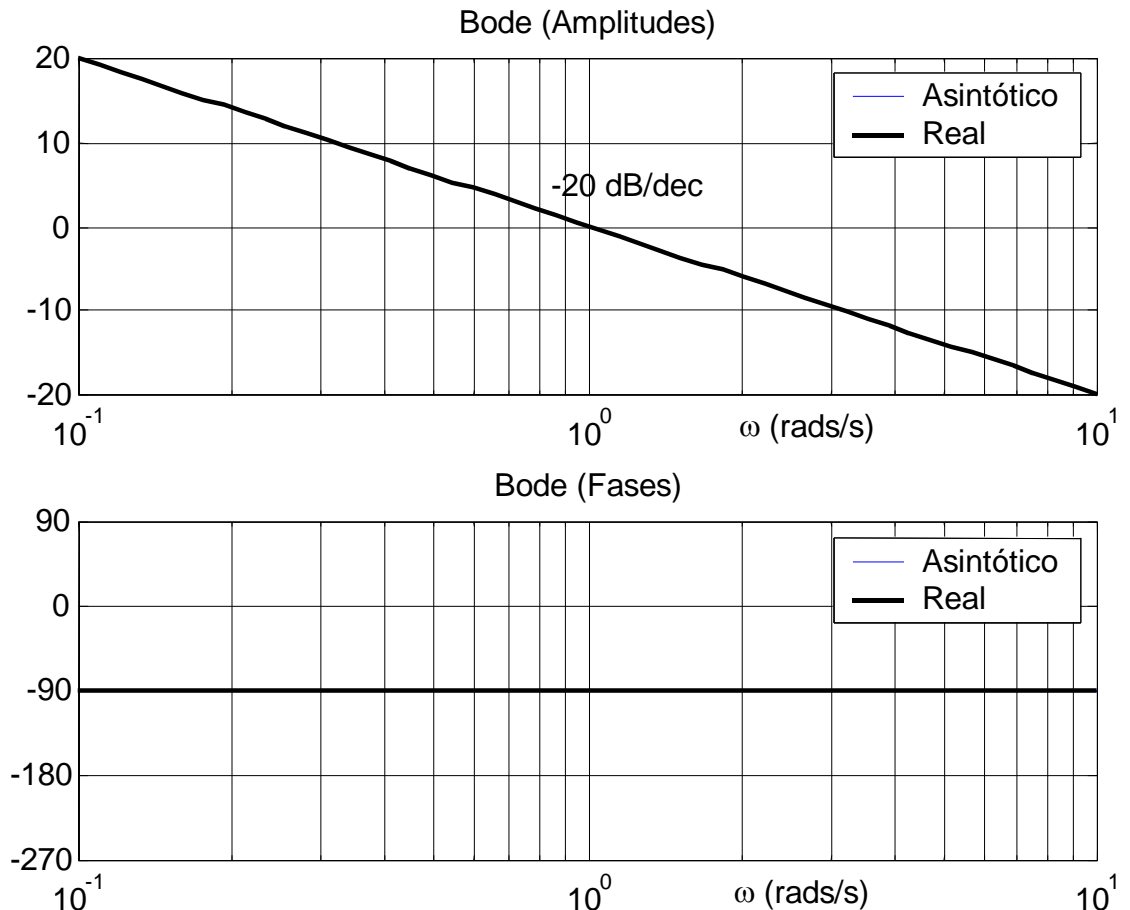
$$A(\omega) = 20 \cdot \log|G(j\omega)| = 20 \cdot \log\left|\frac{1}{j\omega}\right| =$$

$$= 20 \cdot \log 1 - 20 \cdot \log \omega = -20 \cdot \log \omega$$

$$\begin{cases} \omega = 0.1 \Rightarrow A(0.1) = 20 \text{ dB} \\ \omega = 1 \Rightarrow A(1) = 0 \text{ dB} \\ \omega = 10 \Rightarrow A(10) = -20 \text{ dB} \end{cases}$$

$$\Psi(\omega) = \angle G(j\omega) = \angle \frac{1}{j\omega} = \angle 1 - \angle j\omega = -90^\circ$$

$$\forall \omega; \omega : 0 \rightarrow \infty$$

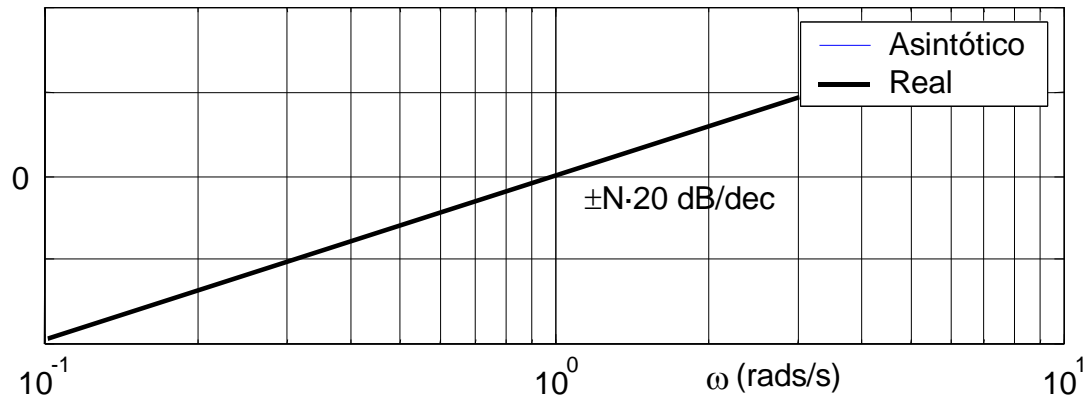


## Respuesta de más de un cero o polo en el origen

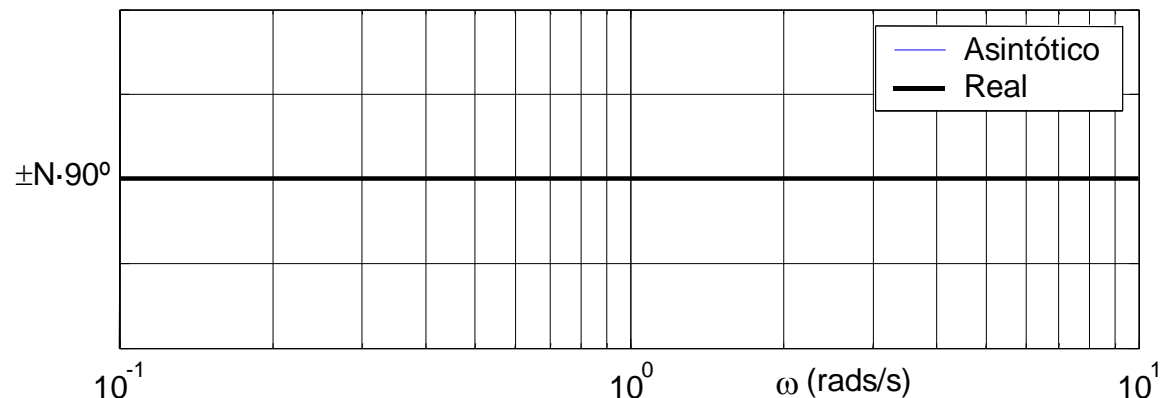
$$G(s) = s^{\pm N} \quad G(j\omega) = (j\omega)^{\pm N}$$

$$\begin{aligned} A(\omega) &= 20 \cdot \log |G(j\omega)| = \\ &= 20 \cdot \log |(j\omega)^{\pm N}| = \pm N \cdot 20 \cdot \log \omega \end{aligned}$$

Bode (Amplitudes)



Bode (Fases)



$$\begin{aligned} \Psi(\omega) &= \arg G(j\omega) = \arg (j\omega)^{\pm N} = \\ &= \pm N \cdot \arg j\omega = \pm N \cdot 90^\circ \end{aligned}$$

## Respuesta de un polo real

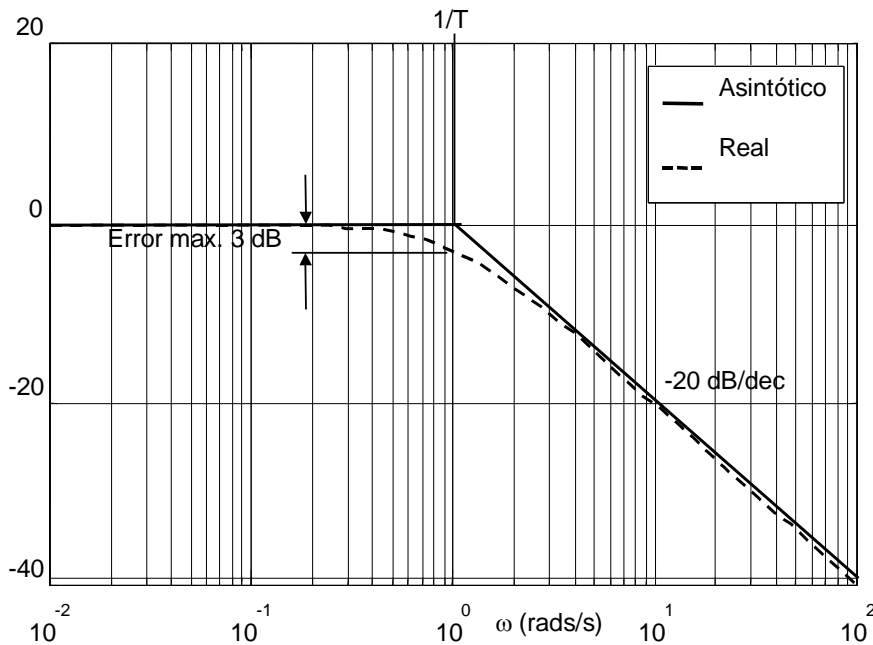
$$G(s) = \frac{1}{1+T \cdot s} \quad G(j\omega) = \frac{1}{1+T \cdot j\omega}$$

$$A(\omega) = -20 \cdot \log \sqrt{1 + (\omega \cdot T)^2}$$

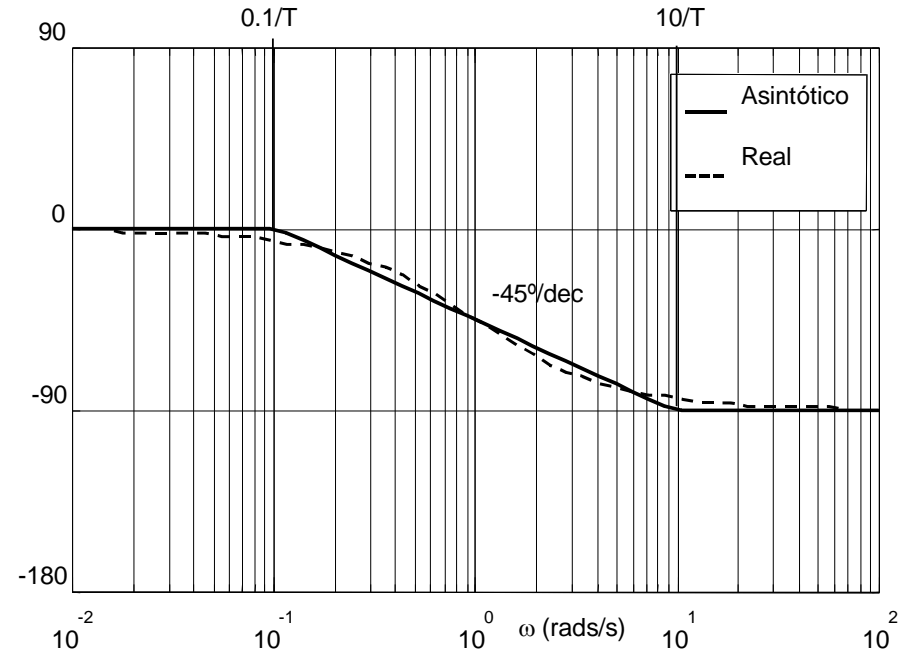
$$\Psi(\omega) = -\arctg(\omega \cdot T)$$

(Ejemplo para T=1)

Bode (Amplitudes)



Bode (Fases)





## Respuesta de un cero real

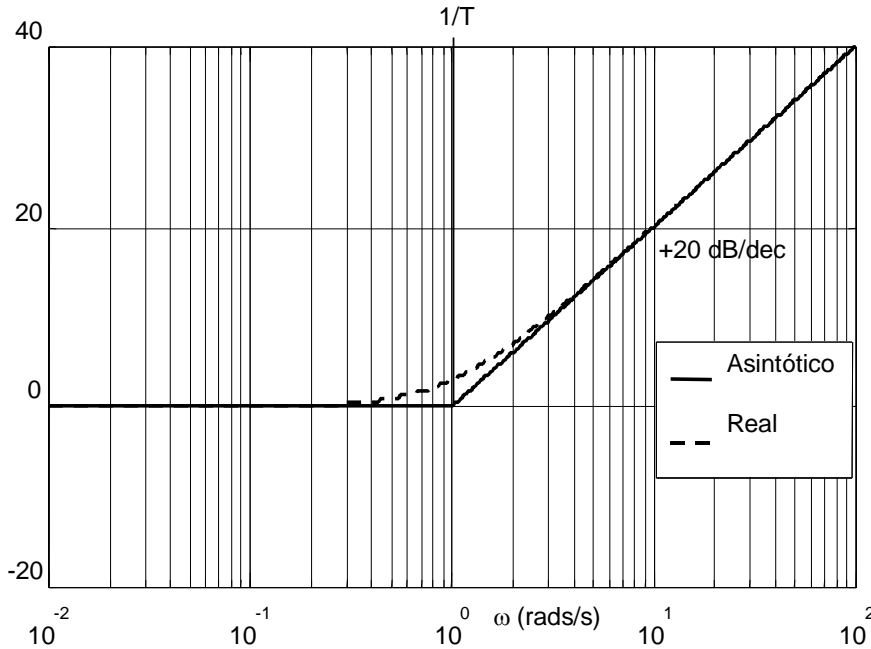
$$G(s) = 1 + T \cdot s \quad G(j\omega) = 1 + T \cdot j\omega$$

$$A(\omega) = 20 \cdot \log \sqrt{1 + (\omega \cdot T)^2}$$

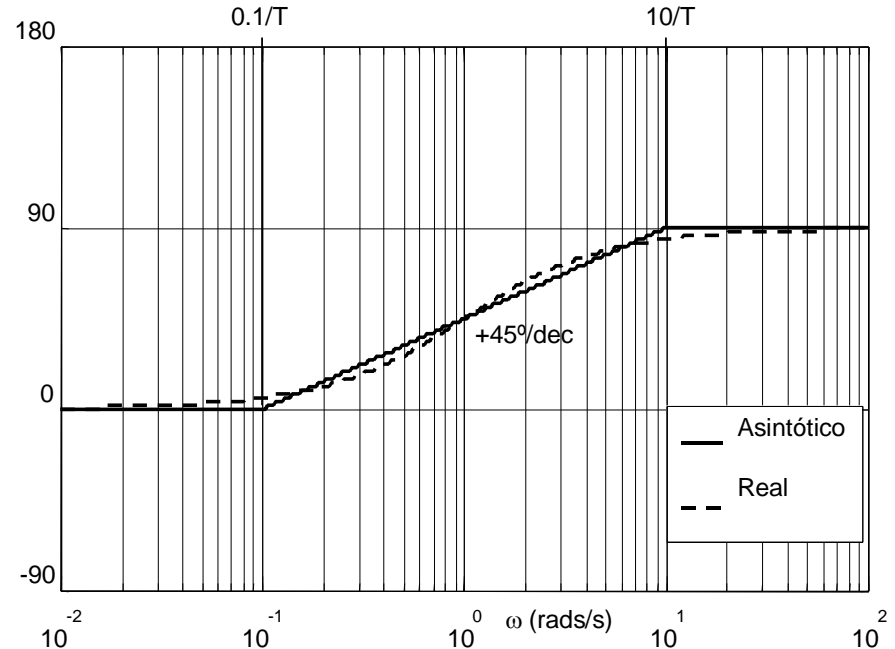
$$\Psi(\omega) = \arctg(\omega \cdot T)$$

(Ejemplo para T=1)

Bode (Amplitudes)



Bode (Fases)

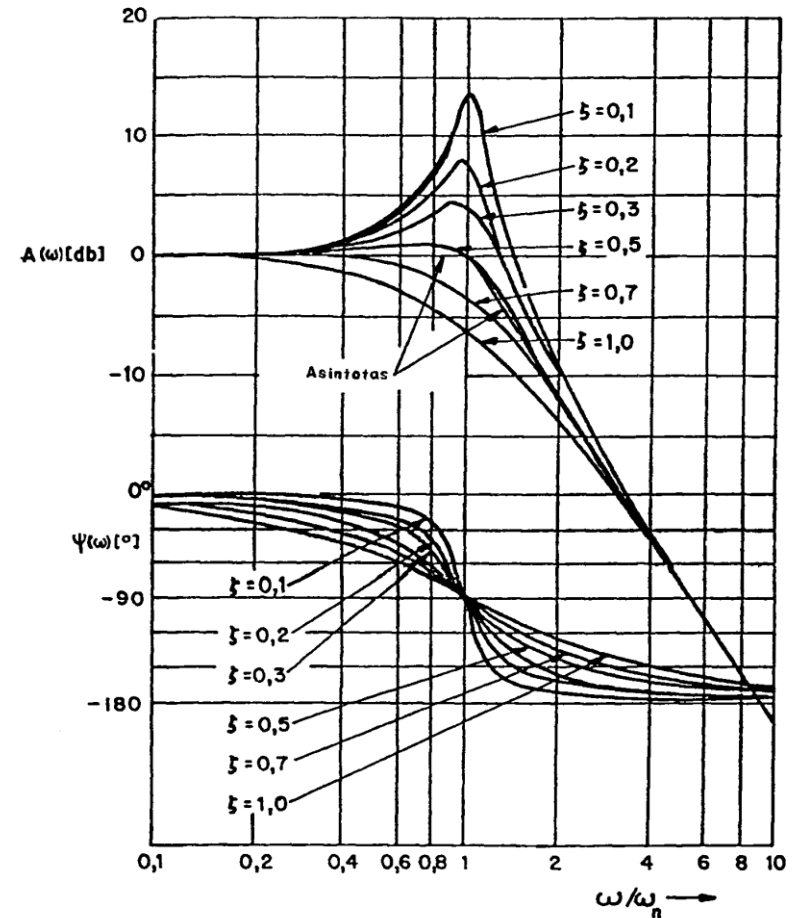


## Respuestas de un par de polos complejos:

$$G(s) = \frac{1}{1 + (2 \cdot \xi / \omega_n) \cdot s + (1 / \omega_n)^2 \cdot s^2}$$

$$G(j\omega) = \frac{1}{1 + (2 \cdot \xi / \omega_n) \cdot j\omega + (1 / \omega_n)^2 \cdot (j\omega)^2}$$

Comparación de la respuesta en frecuencia cuando se modifica el parámetro  $\xi$





# Máster en Mecatrónica: ISC

EU4M Master in Mechatronic and Micro-Mechatronic Systems

